

相邻圆柱/斜坡及其展向间距对平板流动 转捩影响的直接数值模拟

凌伟豪, 王志恒, 黄文林, 孙中国, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对相邻粗糙元对平板转捩的影响尚未阐明的的问题, 基于直接数值模拟研究了由圆柱和斜坡两种形状组成的展向相邻粗糙元布局诱导平板边界层发生的转捩。粗糙元采用嵌入边界法进行解析, 两种形状的粗糙元展向间距分别设为 $2.5h$ 、 $5h$, h 为粗糙元高度。结果表明, 强扰动的斜坡会主导发卡涡破碎、转捩的起始点以及平均流向脉动流输送的能量, 不考虑斜坡时, 展向间距的减小能有效促进转捩。不同形状粗糙元间的耦合作用会产生比相同形状粗糙元下更强的非线性相干结构。斜坡的强扰动主要是对相干结构的壁法向、展向两种脉动波产生贡献, 而不是流向脉动波。适当小的展向间距所加强的不同形状相邻粗糙元间的耦合作用, 有利于中心位置处非线性结构的演化, 并且这种非线性结构可由全频带内的若干线性模态进行近似。当展向间距适当时, 不同形状的粗糙元会在近下游的某个位置产生非线性结构的低频共振, 这极大地增强了非线性结构的演化。

关键词: 直接数值模拟; 线性模态; 相干结构; 粗糙元

中图分类号: O357.5 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtub202508004 **文章编号:** 0253-987X(2025)08-0032-10

Direct Numerical Simulation on the Influence of Adjacent Cylinder/Ramp and Spanwise Spacing on the Transition of Flat Plate Flow

LING Weihao, WANG Zhiheng, HUANG Wenlin, SUN Zhongguo, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to address the issue of unclarified effect of adjacent roughness elements on plate transition, direct numerical simulation was employed to investigate the transition induced by the spanwise arrangement of adjacent roughness elements, comprising cylinders and ramps. These roughness elements were resolved utilizing the embedded boundary method, with spanwise intervals set at $2.5h$ and $5h$, respectively, where h denotes the height of the roughness elements. The study elucidated the effects of transient and time-averaged flow characteristics, coherent structures, and characteristic modes. Findings indicated that ramps with significant disturbances predominantly influenced the breakdown of hairpin vortices, the onset of transition, and the energy transferred from time-averaged flow to the fluctuating flow. With the ramp neglected, a decrease in spanwise spacing effectively promoted transition. The interplay between roughness elements of varying shapes could generate a more potent nonlinear coherent structure than that

收稿日期: 2025-01-02。 作者简介: 凌伟豪(1999—), 男, 博士生; 王志恒(通信作者), 男, 副教授, 博士生导师。

基金

项目: 国家自然科学基金资助项目(52176044)。

网络出版时间: 2025-04-11

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20250410.1601.011>

observed among elements of uniform shape. The intense disturbance caused by the ramp predominantly contributed to the wall-normal and spanwise fluctuating waves of the coherent structure, rather than to the streamwise fluctuating waves. The interaction between adjacent roughness elements of diverse shapes, facilitated by an optimal reduction in spanwise spacing, promoted the evolution of the nonlinear structure at the central position. This structure could be approximated by several linear modes across the full frequency spectrum. When the spanwise spacing was well-chosen, roughness elements with different shapes might induce low-frequency resonance of nonlinear structures in a region near the downstream, substantially enhancing their evolutionary dynamics.

Keywords: direct numerical simulation; linear mode; coherent structure; roughness elements

从层流到湍流过渡的边界层转捩问题是现代流体力学尚未完全解决的重要研究领域,而粗糙元诱导转捩是其中的重要内容。为了深入探究转捩机制,研究人员从最基本的孤立粗糙元开始研究,其主要的量化参数可分为:用粗糙元高度定义的雷诺数、粗糙元高度与局部边界层厚度的比值、宽高比。前两者可看作是对粗糙元高度的衡量,宽高比则是用来度量粗糙元的厚度。Fransson 等^[1]表明相对高度能决定粗糙元诱导产生的条带的最大幅值,Ergin 等^[2]则研究了大高度粗糙元在亚临界和超临界雷诺数下导致的不稳定机制。当雷诺数发生变化时,不同宽高比下边界层的不稳定行为也有所不同。Loiseau 等^[3]在超临界雷诺数下针对孤立圆柱粗糙元进行了数值研究,结果表明,薄圆柱下流动主要表现为 Sinuous 不稳定性,厚圆柱下则是由 Varicose 不稳定性作主导。不仅是雷诺数,相对高度与宽高比的耦合作用也会改变流动的不稳定行为。Bucci 等^[4]采用直接数值模拟(DNS)、动态模式分解(DMD)和稳定性方法数值研究了相对高度大于 1 的孤立圆柱对边界层转捩的影响,结果发现,当相对高度大于 2.04、宽高比为 1 的薄圆柱对应的不稳定模式是 Varicose 模式。这些已有工作均表明,孤立粗糙元的这 3 个主要参数及它们的耦合作用均对边界层转捩的动力学有着深刻影响。

实际应用中的粗糙度一般比孤立粗糙元这样的简单配置更加复杂,在粗糙元离散阵列中,相邻粗糙元可认为是最小的相互作用单元。Lu 等^[5-6]分别研究了在凸点上游和下游放置一个高度较低的粗糙带对转捩的影响,发现两种布置均具有延迟转捩的功能,上游粗糙带是由于抬升了边界层,下游粗糙带则是通过抑制粗糙元扰动产生的流向涡来实现。文献[7-8]分别对双半球粗糙元、不同组合类型的高超音速边界层中的双粗糙元进行了直接数值模拟。

在相邻粗糙元布置中,粗糙元的形状是关键参数之一,需要着重考虑其变化给边界层转捩带来的影响。段志伟^[9]研究了斜坡形、钻石形、圆柱形 3 种粗糙元,发现斜坡的阻力及其下游的尾迹扩张角均为最小。Ma 等^[10]研究了孤立长方体粗糙元对边界层全局稳定性的影响,结果显示,当宽高比为 1 时流动由 Varicose 模式占主导,若宽高比进一步减小到 0.5,流动则表现为 Sinuous 模式,这表明孤立长方体对应的 Sinuous 模式所要求的宽高比要更严苛于文献[3]中孤立圆柱对应的 Sinuous 模式所要求的宽高比。

目前,关于孤立粗糙元对转捩流动与充分发展湍流影响的研究较为全面,粗糙元的相对高度、雷诺数、宽高比对流动的一阶矩、二阶矩以及相干结构、边界层接受性(最优扰动、最优强迫)的影响规律已较为清晰,但相邻粗糙元给转捩流动带来的影响,尤其是相邻布置的间距以及形状差异对相干结构、模式等重要特性的影响仍未阐明。为了深入研究相邻粗糙元的布置间距与形状对转捩特性的影响,本文对由圆柱和斜坡两种形状组成的展向相邻粗糙元,通过不同形状和展向间距的变化设计了 6 个工况,采用结合嵌入边界法的直接数值模拟,研究了边界层流动的瞬态与时均特性、相干结构以及特征模式所受的影响。

1 数值方法与模型

1.1 研究对象与网格分辨率

本文计算对象是具有沿展向对齐的相邻粗糙元的平板流动,如图 1 所示,图中 x 、 y 、 z 分别代表流向、壁法向和展向,对应的速度分量分别是 u 、 v 、 w 。几何尺寸的设计参考了文献[3]中的模型,所有的长度尺度均用粗糙元高度 h 进行无量纲化,所有速度尺度均用远场速度 U_∞ 进行无量纲化。

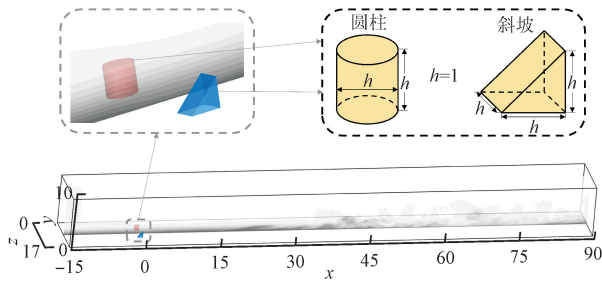


图 1 具有展向相邻粗糙元的平板模

Fig. 1 Plate model featuring spanwise-aligned roughness elements

平板上的两个展向相邻粗糙元按 z 坐标升序分别称为前粗糙元和后粗糙元,其宽高比 η 均为 1,粗糙元高度是粗糙元位置处边界层厚度的一半。粗糙元流向位置与 $x = 0$ 对齐并关于展向中心对称,前、后粗糙元的展向坐标分别为 z_1 、 z_2 。两个粗糙元均具有圆柱和斜坡两种形状,通过变化两种粗糙元的形状和展向间距,文中设计了 6 种工况,如表 1 所示,工况名称的字母依次指示了前粗糙元和后粗糙元的形状,数字则给出了展向间距。雷诺数用粗糙元高度来定义, $Re = hU_\infty/\nu = 1\,000$, ν 为流体运动黏度。

表 1 不同工况的粗糙元的参数

Table 1 Parameters of roughness elements under different cases

工况	前粗糙 元形状	后粗糙 元形状	展向 间距 λ_z	z_1	z_2
cc2.5	圆柱	圆柱	2.5	7.25	9.75
rc2.5	圆柱	斜坡	2.5	7.25	9.75
rr2.5	斜坡	斜坡	2.5	7.25	9.75
cc5	圆柱	圆柱	5	6	11
rc5	圆柱	斜坡	5	6	11
rr5	斜坡	斜坡	5	6	11

未经谱元法加密的原始 z 平面网格的总网格节点数为 2 862,其在近壁处和粗糙元附近区域进行了加密,而展向傅里叶展开的平面数为 120。直接数值模拟求解器采用了高精度的谱元法,根据文献[11]的网格无关性验证结果,其中的 Gauss-Lobatto 多项式插值点数取为 7。若将谱元法的多项式插值考虑进去,则三维总网格数为 12.4×10^6 ,这比文献[3]采用的网格更密。

1.2 直接数值模拟与嵌入边界法

本文采用 DNS 求解如下不可压缩 N-S 方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (1)$$

式中: u_i 为速度; x_i 、 x_j 为空间坐标; p 为压力; ρ 为密度; i 、 j 为爱因斯坦求和指标。

本文用于 DNS 的求解器是 Semtex^[12],其中的谱元法具有高精度,并且采用了刚性稳定算法的时间积分格式^[13]。对于图 1(a)所示的计算域,顶部是流向速度恒为 U_∞ 的远场边界,底部是平板无滑移壁面,出口充分发展,展向边界是周期边界。在入口采用特定的 Blasius 分布,以确保粗糙元位置处的边界层厚度为两倍的粗糙元高度。本文的粗糙元是通过嵌入边界法(EBM)来解析,EBM 方法^[14]如下

$$\frac{\gamma_0}{\Delta t} (\hat{u}_i - u_i^*) = f_{i,\text{EBM}} \quad (2)$$

$$\frac{\gamma_0}{\Delta t} (u_i^{n+1} - \hat{u}_i) = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \quad (3)$$

式中: γ_0 为时间积分方案中的系数; Δt 为时间步长; $\hat{u}_i$ 为修正后的速度场; u_i^* 为未包含粗糙元影响的原始速度场; u_i^{n+1} 为下一时层速度场; $f_{i,\text{EBM}}$ 为由粗糙元带来的额外体积力; $\hat{p}$ 为由粗糙元带来的压力变化量, $f_{i,\text{EBM}}$ 与 $\hat{p}$ 的共同作用才能满足 u_i^{n+1} 的不可压缩性。将式(1)、(2) 加和后施加散度可得 $\hat{p}$ 的泊松方程

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial f_{i,\text{EBM}}}{\partial x_i} \quad (4)$$

只要已知修正速度场 $\hat{u}_i$,在将未包含粗糙元影响的原始速度场、压力场解出后,即可根据式(1)、(3) 求出 $\hat{p}$,结合式(2) 即可求出 u_i^{n+1} ,最后获得待更新的下一时层压力场,即

$$p = p^* + \hat{p} \quad (5)$$

式中: p^* 为未包含粗糙元影响的原始压力。本文采用四边形剖分来解析固壁而不是三角剖分^[15],因为四边形剖分对于常见的长方体、圆柱、球更为简单。同时,采用了文献[16]提出的迭代技巧,进一步简化 EBM 在 DNS 中的实现步骤。另外,关于嵌入边界法的准确性验证,详见文献[12]。

2 结果与讨论

2.1 瞬态及时均特性

发卡涡是转换过程中的典型现象,根据发卡涡簇的强度与分布位置可以首先窥探到粗糙元展向间距与形状对平板转捩影响的全局轮廓。图 2 采用 λ_z

准则展示了三维瞬态涡结构, $\lambda_z = -0.2$, 采用流向速度进行着色。侧壁上展示的是展向中心处的瞬态展向涡量, 为了方便展示, 将其平移到了 $z = 0$ 的位置。各工况下粗糙元下游均出现了典型的发卡涡结构, 其中斜坡对应的发卡涡强度远大于圆柱产生的发卡涡强度, 并且两者的差距基本不受展向间距的影响。存在斜坡的 4 个工况均在 $x = 20$ 附近发生发卡涡的破碎, 即存在斜坡工况的发卡涡分解起始点与展向间距以及是否包含圆柱粗糙元关系不大, 斜

坡强大的扰动能力主导了发卡涡破碎开始的流向位置, 覆盖了展向间距以及粗糙元形状变化带来的影响。相对地, cc2.5 工况的转捩早于 cc5 工况, 这说明在粗糙元扰动能力不强的情况下, 展向间距的减小能有效促进转捩的发生。根据侧壁上的等值面可知, 相同粗糙元下的 $\lambda_z = 5$ 工况相比 $\lambda_z = 2.5$ 工况, 其展向中心处的展向涡量要相对更稳定, 并且该现象无论是否存在斜坡都成立, 这说明展向中心处的流动特性是由展向间距作主导。

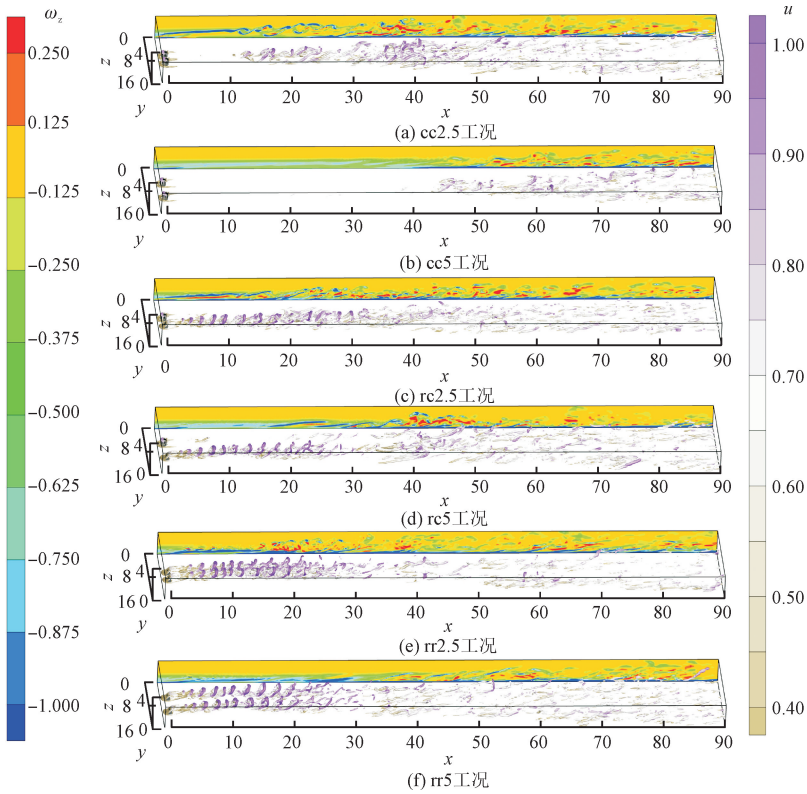


图 2 三维瞬态涡结构

Fig. 2 Three-dimensional transient vortex configuration

壁面摩擦阻力能有效地展示转捩沿程的变化, 底壁展向中心处的流向摩擦系数分布如图 3 所示。对比同一展向间距下的不同粗糙元布局的工况可知, cc 类工况的转捩起始点相比其他两类工况, 位于更下游的位置。对于 cr 类、rr 类工况, 当 $\lambda_z = 2.5$ 时, 摩擦阻力在 $x = 10$ 处均已开始升高, 两者转捩起始点基本相同, 当 $\lambda_z = 5$ 时, rc5 的转捩要明显晚于 rr5 的。这说明展向间距越小, 斜坡对转捩起始点及发卡涡破碎的影响起主导作用, 当展向间距足够小时, 形状带来的影响会被完全掩盖。

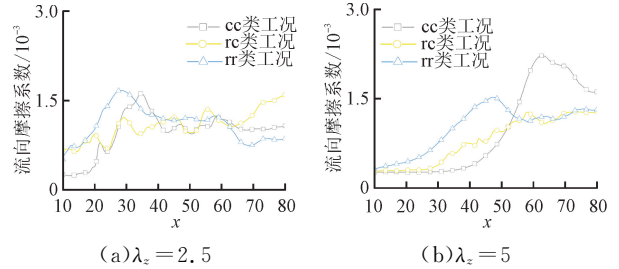


图 3 流向摩擦系数沿流向的分布

Fig. 3 Distribution of the streamwise friction coefficient along the streamwise direction

横向二次流是转捩研究中着重关注的现象之

一,可通过二维时均速度梯度张量的复共轭特征值的虚部来表征^[17]

$$\nabla \mathbf{u}_{2D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial y} & \frac{\partial V}{\partial z} \\ \frac{\partial W}{\partial y} & \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0; \lambda_{ci} = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \quad (7)$$

$$\overline{\Lambda}_{ci} = \lambda_{ci} \Omega_x / |\Omega_x| \quad (8)$$

$$p = -\left(\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}\right); q = \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial y}$$

式(6)~(8)的本质是求解 $\nabla \mathbf{u}_{2D}$ 的特征值方程,符号量 $\Omega_x / |\Omega_x|$ 是为了确保表征的二次流与当地

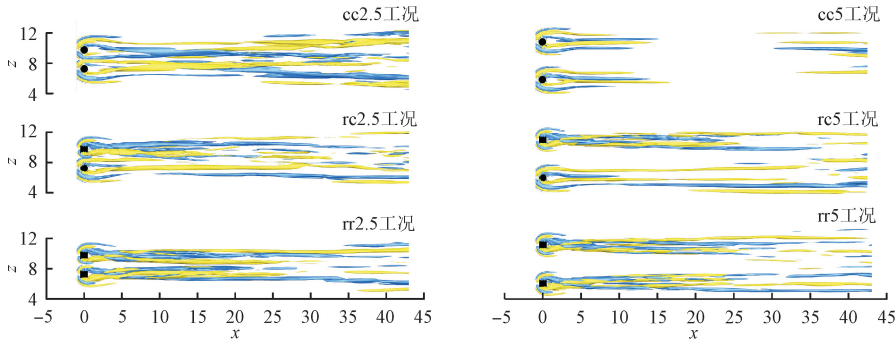


图4 二次流有符号旋流强度等值面

Fig. 4 Contour of secondary-flow signed swirl strength

为了深入研究转捩区域内的流动特性,首先得找到能表征转捩特性的特征截面。对于壁法向高度,为了能充分表征边界层内的流动特性,这里采用文献[18]研究 streak 时所取的壁法向截断,即

$$0 \leq \eta \leq \eta^* \quad (9)$$

$$\eta = \frac{y}{\delta} = \frac{y}{\sqrt{x\nu/U_\infty}}; \eta^* = 9 \quad (10)$$

根据式(9)、(10)可得, $x \in [10, 80]$ 区域对应的壁法向截断范围是 $y \in [0.45, 1.27]$, 壁法向特征高度取平均值 0.86。转捩包含了平均流向脉动流输送能量的过程,探究该过程最常用的手段是脉动动能(FKE)方程

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{P_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u'_i u'_i u'_j}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p' u'_j}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \quad (11)$$

式中: u'_i, u'_j 为脉动速度; k 为扰动动能, $k = \overline{u'_i u'_i} / 2$; P_k 为产生项,其主要负责 FKE 的收入。图 5、6 分别展示了壁法向和展向两个特征截面内的雷诺正应

力的时均流向涡量同向。图 4 对比了各工况在粗糙元近下游区域内的二次流型, $\overline{\Lambda}_{ci} = \pm 0.08$, 黄色代表负值,蓝色代表正值。可以看出,斜坡产生的二次流展向范围要比圆柱产生的更窄。在展向间距较大的情况下,斜坡对应的二次流沿程具有更好的连续性,这归因于其强扰动带来的强流向涡量。而在展向间距较小时,这种区别不再存在,这说明展向相邻粗糙元间的耦合作用在间距较小时能抵挡形状扰动不足给二次流带来的削弱。这与上述发卡涡破碎及底壁摩擦的趋势不同,近下游区域的二次流型的主导因素不再是粗糙元形状,而是展向间距。

力、切应力以及 FKE 产生项的分布,其中图 5 左列展示的是壁法向雷诺正应力 $\sigma_w = \overline{v'v'}$ 等值面以及流向-展向雷诺切应力 $\tau_{uw} = \overline{u'w'}$ 等值线。两个特征截面内的 3 种分布基本重合,说明脉动动能本身是与雷诺应力密不可分的。对比不同工况的峰值区分布可知,特征截面内的两种雷诺应力以及 FKE 产生项均集中在发卡涡结构附近,并且其与图 4 所示的二次流没有直接的联系。结合式(6)~(8)可知,平均流向脉动流输送的能量不仅取决于流向涡结构,还涉及到组成发卡涡头部的当地展向涡结构^[19]。由 rc 类工况的分布可知,在雷诺应力与 FKE 产生项主导的 FKE 收入过程中,和发卡涡破碎及转捩起始点一样,是由粗糙元形状作为主导因素。只要存在能引发强扰动的斜坡, FKE 的源头总是会集中在斜坡的近下游区域。即使在较小的展向间距下,弱扰动圆柱下游附近的雷诺应力与 FKE 产生项的强度依然很小,展向相邻粗糙元间的耦合作用无法对脉动动能产生足够的贡献。

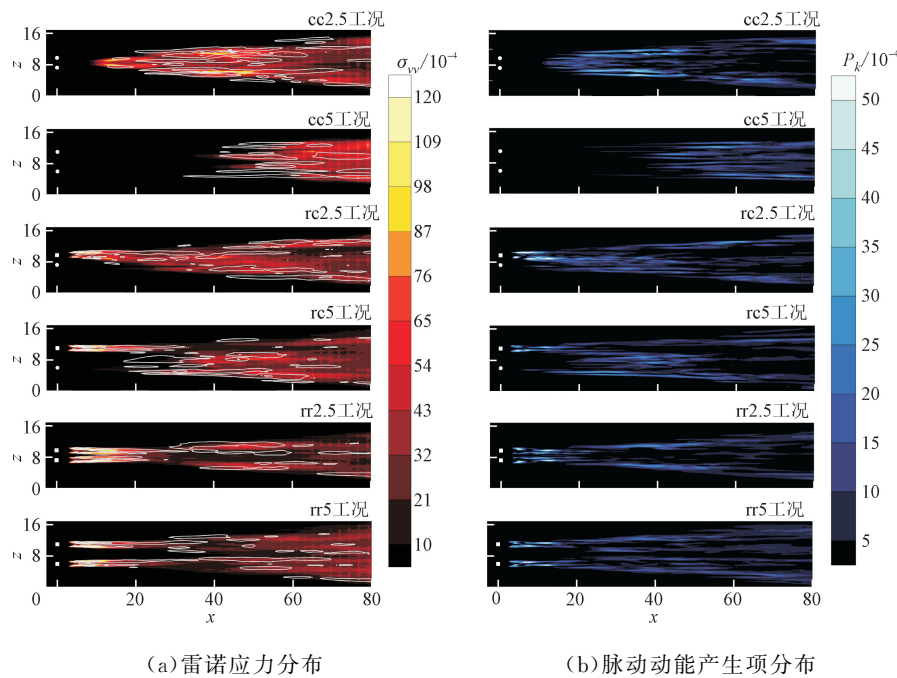


图 5 $y=0.86$ 截面上的雷诺应力和脉动动能产生项分布

Fig. 5 Distributions of Reynolds stress and production terms of the fluctuating kinetic energy equation on the cross section of $y=0.86$

2.2 相干结构

相干结构是理解转捩及湍流的眼或窗口,常见的相干结构有流向涡与速度条带的组合^[20],形成的准周期再生循环是完全湍流核心中自维持的解^[21],与转捩流动状态空间中层流-湍流分界线上的吸引子密切相关^[22-23]。在转捩过程中,相干结构可能只包含脉动动能的一小部分,所以该部分着重探究非线性演化过程

中相干结构的空间尺度。图 6 展示了在 $x \in [10,80]$ 范围内截取的 8 个空间点的功率谱,这些空间点位于展向中心, y 坐标是根据式(9)、(10) 截断的壁法向高度的一半,对空间点的脉动强度瞬态数据进行快速傅里叶变换以获得功率谱 ϕ_{r_u} ,脉动强度定义为

$$T_u = \sqrt{\frac{u'u' + v'v' + w'w'}{3U_\infty^2}}$$

(12)

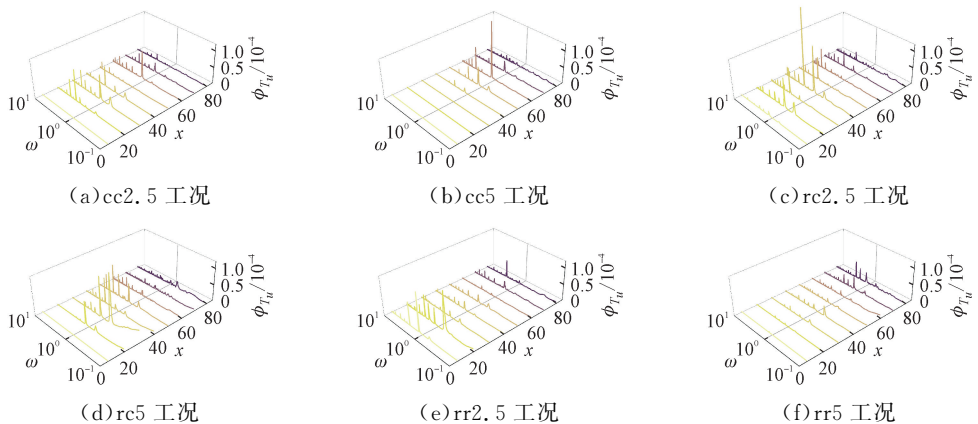


图 6 脉动强度的三维功率谱分布

Fig. 6 Three-dimensional power spectrum distribution of the fluctuation intensity

由图 6 可知,脉动强度的功率谱峰值主要聚集于 $\omega \in [1,10]$,最大功率谱并非出现在表面上扰动最强的 rr 类工况,而是出现在 rc 类工况上,这表明

不同形状粗糙元间的耦合作用会产生比相同形状粗糙元下更强的非线性相干结构。对于 cc 类工况,功率谱峰值与发卡涡结构及雷诺应力、FKE 产生项分

布在同一区域,即相干结构与这些流动特征相联。对于 rr5 工况,斜坡近下游区域的功率谱接近 0,直至计算域出口附近才产生较为显著的功率谱。结果表明,在相邻粗糙元的耦合作用较弱、并且单个粗糙元扰动较强的情况下,当地(展向中心)的相干结构强度减弱,两侧的强扰动会抑制中心区域相干结构的发展。

为了详细探究相干结构的空间尺度,图 7、8 给出了各横截面下的流向、展向脉动速度的功率谱峰值 $\phi_{w'u'}$ 及其对应的壁法向高度和展向波数,

在 $x \in [10, 80]$ 范围内取 50 个横截面,空心圆曲线展示了相应的功率谱值(对应右侧纵坐标),实心三角的颜色代表了各个最大值对应的展向波数,该结果可用来表征相干结构的流向、展向脉动波的沿程高度及展向波数变化。对比各工况流向脉动速度的功率谱最大值对应的壁法向高度和波数可知,rc 类工况占有相对最低的壁法向高度,其中 rc2.5 工况的展向波数接近 4,而其他 5 个工况的峰值波数接近 0。

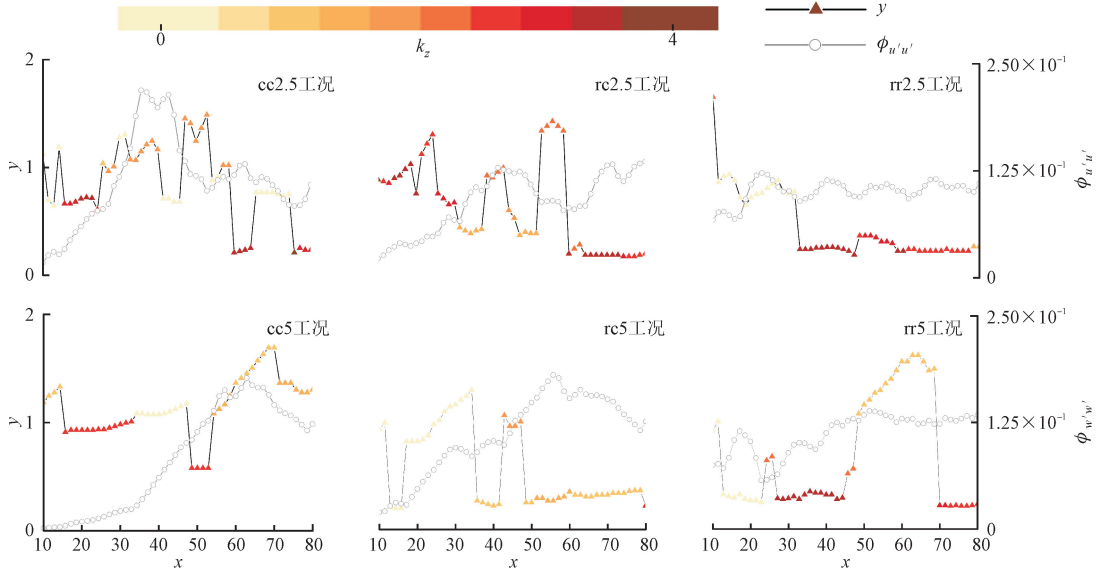


图 7 流向脉动速度的功率谱最大值对应的壁法向高度关于 x 的分布

Fig. 7 Distribution of the wall-normal height at which the maximum power spectrum of the streamwise fluctuating velocity occurs

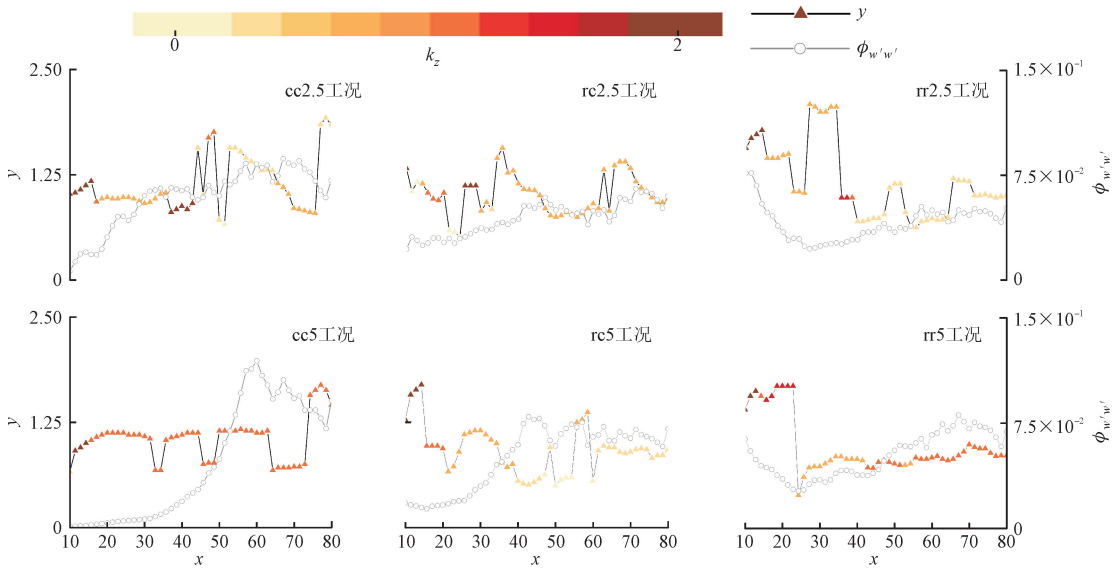


图 8 展向脉动速度的功率谱最大值对应的壁法向高度关于 x 的分布

Fig. 8 Distribution of the wall-normal height at which the maximum power spectrum of the spanwise fluctuating velocity occurs is depicted

形状不同的粗糙元间耦合作用能在近壁处产生显著的流向脉动相干结构,并且展向间距的适当减小还有利于该脉动波在展向上的发展(波数增加)。图 8 中的展向脉动速度没有展现出相同的规律,说明耦合作用与相干结构的展向脉动波关系不大。rc5 工况的峰值高度约为 0.5,与其他 5 个工况在 1 以上的峰值高度有明显区别,这可联系到图 6 中的现象,工况在 $\omega \in [0.1, 1]$ 时存在其他工况未有的功率谱局部峰值。

2.3 特征模态

本文采用动态模态分解(DMD)来研究特征模态,具体算法可参考文献[24],DMD 作为 Koopman 分析的常用数值框架,可用线性动力学来近似非线性系统。常用的 DMD 分析参数有模态幅值和模态

增长率,分别表示各模态对某一选定快照的贡献以及模态的线性稳定性,本文选取第一个快照来定义模态幅值^[25]。

图 9 展示了两个特征截面的模态特征结果,实心圆代表模态幅值,空心菱形代表模态增长率,竖直虚线和点划线标记出了 2 个频率 $\omega=0.6, 6$ 。在 2.2 节所述的相干结构所聚集的 $\omega \in [1, 10]$ 区间内,同样的粗糙元布局下,较小的展向间距能增大若干模态的增长率,即展向间距的适当减小有利于线性模态的不稳定性。模态幅值可用来表征线性模态对非线性系统(演化)的贡献。从图 9 选出了各工况具有突出模态幅值的两个特征频率 $\omega=0.6, 6$,并提取出相应的傅里叶级数系数(形状函数)。根据形状函数的分布,可以探究与线性模态具有紧密联系的非线性结构演化。

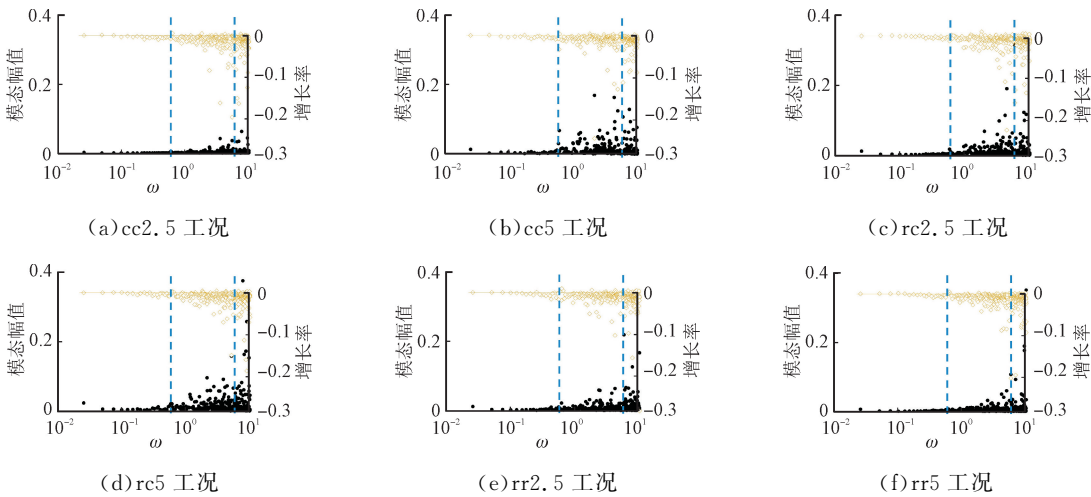


图 9 $y=0.86$ 横截面的 DMD 模态幅值及增长率关于频率的分布

Fig. 9 DMD modal amplitude and growth rate at the $y=0.86$ cross-section are presented in terms of frequency distribution

各工况在 $y=0.86$ 横截面上的傅里叶级数系数实部的脉动强度等值面如图 10 所示,图中用白色标示不同的粗糙元形状。对于右列的 $\omega=6$ 下的形状函数,在壁法向特征截面上的 rc 类工况的脉动强度与 rr 类工况相当,但是在展向中心截面上前者明显大于后者,这验证了图 6 中 rc 类工况在局部空间点所展现的最大功率谱。结合图 9 可知:适当小的展向间距所加强的不同形状相邻粗糙元间的耦合作用,有利于中心位置处非线性结构的演化,并且这种非线性结构可由全频带内的若干线性模态进行近似;rc5 工况在两个特征截面上均展现出了相对最大的低频峰值,并且峰值位于 $x=30$,这对应图 6 中 $\omega \in [0.1, 1]$ 区间内的独特局部峰值,对应图 8 中显著低于其他工况的展向脉动功率谱峰值高度。结果

表明,当展向间距适当(不能过小)时,不同形状的粗糙元会在近下游的某个位置产生非线性结构的低频共振,这极大增强了非线性结构的演化。

3 结 论

本文通过直接数值模拟研究了布置有一对展向相邻粗糙元的平板流动,每个粗糙元都具有圆柱和斜坡两种形状,粗糙元壁面采用嵌入边界法进行解析,重点分析了粗糙元形状和展向间距的不同对转捩过程的瞬态、时均速度场以及相干结构、特征模态的影响。得到如下结论。

(1)斜坡强大的扰动能力会主导发卡涡开始分解的流向位置以及转捩起始点,当展向间距足够小时,其影响会完全覆盖粗糙元形状变化带来的影响。

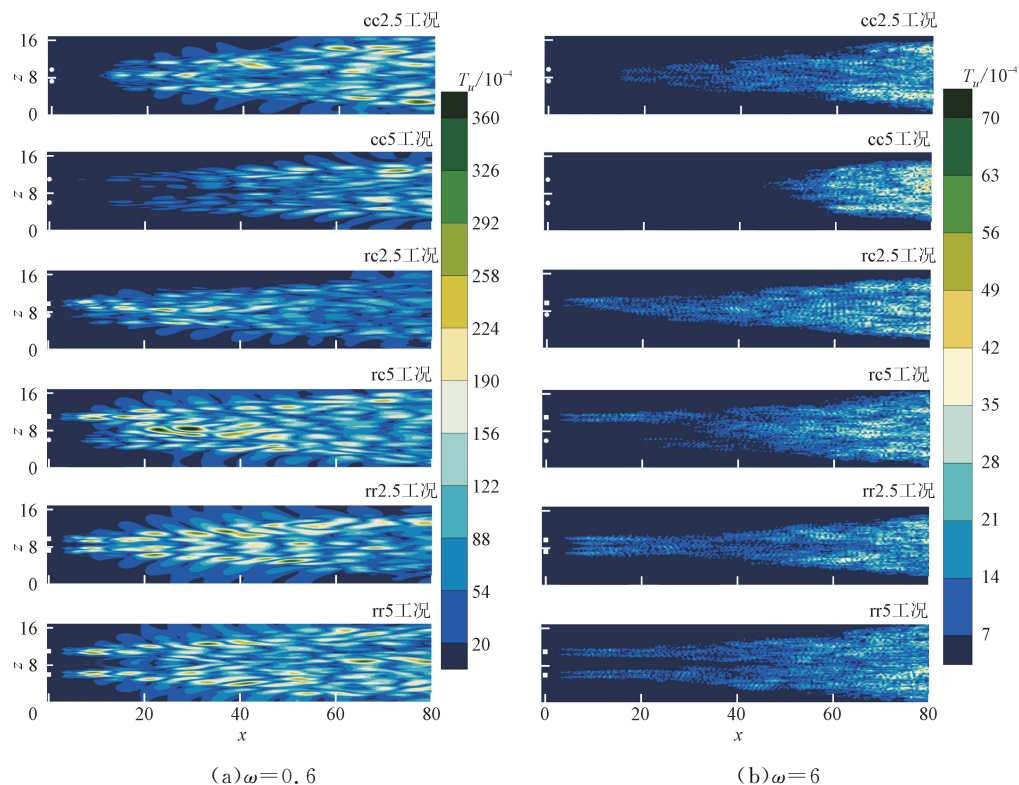


图 10 各工况在 $y=0.86$ 横截面上的傅里叶级数系数实部的脉动强度等值面

Fig. 10 Isosurface of the fluctuation intensity for the real part of the Fourier series coefficients is depicted at the $y=0.86$ cross-section for each case

相比之下,粗糙元近下游区域的二次流型的主导因素由形状变成了展向间距,相邻粗糙元间的耦合作用在间距较小时能抵挡形状扰动不足给二次流带来的削弱。

(2)在转换区域内,平均流向脉动流输送的能量不仅取决于流向涡结构,还涉及到组成发卡涡头部的当地展向涡。只要存在引发强扰动的斜坡,FKE产生项和雷诺应力集中在斜坡的近下游区域,展向相邻粗糙元间的耦合作用无法对脉动动能产生足够的贡献。

(3)不同形状粗糙元间的耦合作用会产生比相同形状粗糙元下更强的非线性相干结构。形状不同的粗糙元间耦合作用能在近壁处产生显著的流向脉动相干结构,并且展向间距的适当减小还有利于该脉动波在展向上的发展。

(4)在同样的粗糙元形状下,展向间距的适当减小有利于线性模态的不稳定性。当展向间距适当时,不同形状的粗糙元会在近下游的某个位置产生非线性结构的低频共振,这能极大增强非线性结构的演化。

参考文献:

- [1] FRANSSON J H M, BRANDT L, TALAMELLI A, et al. Experimental study of the stabilization of Tollmien-Schlichting waves by finite amplitude streaks [J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(5): 054110.
- [2] ERGIN F G, WHITE E B. Unsteady and transitional flows behind roughness elements [J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(11): 2504-2514.
- [3] LOISEAU J C, ROBINET J C, CHERUBINI S, et al. Investigation of the roughness-induced transition: global stability analyses and direct numerical simulations [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 760: 175-211.
- [4] BUCCI M A, CHERUBINI S, LOISEAU J C, et al. Influence of freestream turbulence on the flow over a wall roughness [J]. *Physical Review Fluids*, 2021, 6(6): 063903.
- [5] LU Yuhan, LIU Hongkang, LIU Zaijie, et al. Investigation and parameterization of transition shielding in roughness-disturbed boundary layer with direct numerical simulations [J]. *Physics of Fluids*, 2020, 32(7): 074110.
- [6] LU Yuhan, LIU Hongkang, LIU Zaijie, et al. As-

- essment and parameterization of upstream shielding effect in quasi-roughness induced transition with direct numerical simulations [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 100: 105824.
- [7] 戴瑞, 韦安阳, 罗坤, 等. 双半球粗糙元对湍流边界层的影响 [J]. *工程热物理学报*, 2012, 33(12): 2104-2107.
DAI Rui, WEI Anyang, LUO Kun, et al. Effects of two hemisphere roughness elements in turbulent boundary layer [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2012, 33(12): 2104-2107.
- [8] 史明方, 徐立丹, 唐小军, 等. 双粗糙元对高超音速边界层感受性的影响 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2023, 44(10): 1814-1824.
SHI Mingfang, XU Lidan, TANG Xiaojun, et al. Effects of two roughness elements on the receptivity of the hypersonic boundary layer [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(10): 1814-1824.
- [9] 段志伟. 直接数值模拟粗糙单元诱导的高超声速边界层转捩 [D]. 北京: 清华大学, 2014.
- [10] MA Rong, MAHESH K. Global stability analysis and direct numerical simulation of boundary layers with an isolated roughness element [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 949: A12.
- [11] LING Weihao, GAO Song, WANG Zhiheng, et al. Direct numerical simulation and modal analyses of spanwise-adjacent roughness elements induced transition [J]. *Physics of Fluids*, 2024, 36(11): 115158.
- [12] BLACKBURN H M, LEE D, ALBRECHT T, et al. Semtex; a spectral element-Fourier solver for the incompressible Navier-Stokes equations in cylindrical or Cartesian coordinates [J]. *Computer Physics Communications*, 2019, 245: 106804.
- [13] KARNIADAKIS G E, ISRAELI M, ORSZAG S A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1991, 97(2): 414-443.
- [14] YANG Jianming, BALARAS E. An embedded-boundary formulation for large-eddy simulation of turbulent flows interacting with moving boundaries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 215(1): 12-40.
- [15] YANG Jianming. Sharp interface direct forcing immersed boundary methods: a summary of some algorithms and applications [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2016, 28(5): 713-730.
- [16] BUSSE A, LÜTZNER M, SANDHAM N D. Direct numerical simulation of turbulent flow over a rough surface based on a surface scan [J]. *Computers & Fluids*, 2015, 116: 129-147.
- [17] JELLY T O, RAMANI A, NUGROHO B, et al. Impact of spanwise effective slope upon rough-wall turbulent channel flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 951: A1.
- [18] SHAHINFAR S, FRANSSON J H M, SATTARZADEH S S, et al. Scaling of streamwise boundary layer streaks and their ability to reduce skin-friction drag [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 733: 1-32.
- [19] ACARLAR M S, SMITH C R. A study of hairpin vortices in a laminar boundary layer. Part 1. Hairpin vortices generated by a hemisphere protuberance [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 175: 1-41.
- [20] BAE H J, LOZANO-DURÁN A, MCKEON B J. Nonlinear mechanism of the self-sustaining process in the buffer and logarithmic layer of wall-bounded flows [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2021, 914: A3.
- [21] MCKEON B J. The engine behind (wall) turbulence: perspectives on scale interactions [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 817: P1.
- [22] BENGANA Y, YANG Qiang, TU Guohua, et al. Exact coherent states in plane Couette flow under spanwise wall oscillation [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 947: A2.
- [23] DOOHAN P, BENGANA Y, YANG Qiang, et al. The state space and travelling-wave solutions in two-scale wall-bounded turbulence [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 947: A41.
- [24] SCHMID P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 656: 5-28.
- [25] TAIRA K, HEMATI M S, BRUNTON S L, et al. Modal analysis of fluid flows: applications and outlook [J]. *AIAA Journal*, 2020, 58(3): 998-1022.

(编辑 赵炜)